UNIUBE — UNIVERSIDADE DE UBERABA
Campus Uberlândia

CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

TRABALHO DE CÁLCULO DIFERENCIAL
VT1 — PARTE 02

Funções do 1º grau, 2º grau e exponencial

ALUNO 1: Pedro Paulo Coelho Valadão — RA: 5177163 (turma 11)

ALUNO 2: _____ — RA: _____

PROFESSORA: Elaine Freitas Muniz

UBERLÂNDIA – MG
SETEMBRO 2026

Como está organizado: cada questão traz 1 ENUNCIADO COMPLETO (texto e gráfico da professora) · 2 ENUNCIADO RESUMIDO · 3 RESOLUÇÃO (todas as passagens) · 4 RESPOSTA. Nos itens a), b), c)… aparecem só os blocos 2, 3 e 4. Gabarito de conferência na última página.

FUNÇÃO DO 1º GRAU

Questão 01

1 · ENUNCIADO COMPLETO

01) Os conjuntos são de grande importância na matemática, em tratamentos formais modernos, a maioria dos objetos matemáticos números, relações e funções são definidas em termos de conjuntos.

Dados os conjuntos A = {-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5} e B = {-1, 0, 2, 4, 5, 7} e usando os conceitos adquiridos nos estudos de conjuntos no AVA, determine:

a) A U B =

b) A ∩ B =

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Dados A = {−1, 0, 1, 2, 3, 4, 5} e B = {−1, 0, 2, 4, 5, 7}, determine: a) A ∪ B; b) A ∩ B.

a) A ∪ B

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

a) A ∪ B (união)

3 · RESOLUÇÃO

União (A ∪ B): todos os elementos que estão em A ou em B, sem repetir. Interseção (A ∩ B): só os elementos que estão em A e em B ao mesmo tempo.

Elemento	Está em A?	Está em B?	A ∪ B	A ∩ B
−1	sim	sim	sim	sim
0	sim	sim	sim	sim
1	sim	não	sim	não
2	sim	sim	sim	sim
3	sim	não	sim	não
4	sim	sim	sim	sim
5	sim	sim	sim	sim
7	não	sim	sim	não

Prova real (número de elementos):

```
n(A) = 7      n(B) = 6      n(A ∩ B) = 5
n(A ∪ B) = n(A) + n(B) − n(A ∩ B) = 7 + 6 − 5 = 8
```

O conjunto {−1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7} tem 8 elementos. Confere.

4 · RESPOSTA

a) A ∪ B = {−1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7}

b) A ∩ B

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

b) A ∩ B (interseção)

3 · RESOLUÇÃO

Pela tabela do item a), os elementos com "sim" nas duas colunas (está em A e está em B) são: −1, 0, 2, 4 e 5.

```
1 ∈ A, mas 1 ∉ B   → fica fora
3 ∈ A, mas 3 ∉ B   → fica fora
7 ∈ B, mas 7 ∉ A   → fica fora
n(A ∩ B) = 5
```

4 · RESPOSTA

b) A ∩ B = {−1, 0, 2, 4, 5}

Questão 02

1 · ENUNCIADO COMPLETO

02) Obtenha a lei da função de 1º grau que passam pelos pares de pontos abaixo e, determine, respectivamente, os coeficientes angular e linear para a função.

(-1, 2) e (2, -1)

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Lei da função do 1º grau que passa por (−1, 2) e (2, −1); coeficientes angular e linear.

3 · RESOLUÇÃO

A lei é $y = ax + b$. Chamo $(x_1, y_1) = (-1, 2)$ e $(x_2, y_2) = (2, -1)$.

Coeficiente angular:

$$a = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$
$$a = (-1 - 2) / (2 - (-1))$$
$$a = (-3) / (2 + 1)$$
$$a = -3 / 3 = -1$$

Coeficiente linear (substituo o ponto (−1, 2) em $y = -x + b$):

$$2 = (-1)\cdot(-1) + b$$
$$2 = 1 + b$$
$$b = 2 - 1 = 1$$

Lei da função: $y = -x + 1$.

Prova real com o outro ponto (2, −1):

$$y = -(2) + 1 = -1 \quad ✓$$

4 · RESPOSTA

y = −x + 1; coeficiente angular a = −1 e coeficiente linear b = 1.

Questão 03

1 · ENUNCIADO COMPLETO

03) Classifique em crescente ou decrescente as seguintes funções:

a) y = 10x − 4 b) y = - 6x c) y = - x + 2 d) y = (3/2) x

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Classifique em crescente ou decrescente: a) y = 10x − 4; b) y = −6x; c) y = −x + 2; d) y = (3/2)x.

3 · RESOLUÇÃO

Regra: em $y = ax + b$, se $a > 0$ a função é crescente; se $a < 0$ é decrescente. O b não influencia.

a) $y = 10x - 4$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

a) $y = 10x - 4$

3 · RESOLUÇÃO

$a = 10 \quad \rightarrow \quad 10 > 0$

4 · RESPOSTA

a) crescente ($a = 10 > 0$)

---

b) $y = -6x$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

b) $y = -6x$

3 · RESOLUÇÃO

$a = -6 \quad \rightarrow \quad -6 < 0$ (b = 0: a reta passa pela origem)

4 · RESPOSTA

b) decrescente ($a = -6 < 0$)

---

c) $y = -x + 2$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

c) $y = -x + 2$

3 · RESOLUÇÃO

$-x = (-1) \cdot x \quad \rightarrow \quad a = -1 \quad \rightarrow \quad -1 < 0$

4 · RESPOSTA

c) decrescente ($a = -1 < 0$)

---

d) $y = (3/2)x$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

d) $y = (3/2)x$

3 · RESOLUÇÃO

$a = 3/2 = 1{,}5 \quad \rightarrow \quad 3/2 > 0$ (b = 0: passa pela origem)

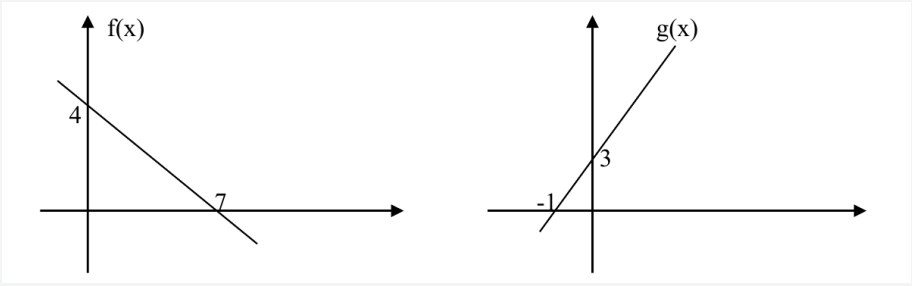
4 · RESPOSTA

d) crescente ($a = 3/2 > 0$)

Questão 04

1 · ENUNCIADO COMPLETO

04) Observe os gráficos abaixo e determine a função y = ax + b correspondente a cada um deles.



2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Determine y = ax + b de cada gráfico: f corta y em 4 e x em 7; g corta y em 3 e x em −1.

3 · RESOLUÇÃO

Em y = ax + b, o b é onde a reta corta o eixo y. A raiz r (onde corta o eixo x) vale r = −b/a, logo a = −b/r.

Gráfico f(x)

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

f(x): corta o eixo y em 4 e o eixo x em 7.

3 · RESOLUÇÃO

```
b = 4          r = 7
a = -b/r = -4/7
f(x) = -(4/7)x + 4
```

Prova real:

```
f(0) = 4                                  ✓ corta y em 4
f(7) = -(4/7)·7 + 4 = -4 + 4 = 0          ✓ corta x em 7
```

a = −4/7 < 0 → decrescente, como no desenho.

4 · RESPOSTA

f(x) = −(4/7)x + 4

Gráfico g(x)

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

g(x): corta o eixo y em 3 e o eixo x em −1.

3 · RESOLUÇÃO

```
b = 3          r = -1
a = -b/r = -3/(-1) = 3
g(x) = 3x + 3
```

Prova real:

```
g(0) = 3                                  ✓ corta y em 3
g(-1) = 3·(-1) + 3 = -3 + 3 = 0           ✓ corta x em -1
```

a = 3 > 0 → crescente, como no desenho.

4 · RESPOSTA

g(x) = 3x + 3

Questão 05

1 · ENUNCIADO COMPLETO

05) Dada a função do 1º grau: f(x) = – 4 – 3x, determinar:

a) a função é crescente ou decrescente? Justifique;
b) a raiz de f(x) e os coeficientes angular e linear;
c) o ponto que f(x) intercepta o eixo y;
d) os valores de x para os quais f(x) é negativa;
e) o domínio que tem -16 como imagem;
f) os valores de x para os quais f(x) é positiva;
g) a imagem que tem domínio –2;
h) um esboço do gráfico de f(x);
i) se a função passa pelo ponto (-1; -1). Justifique fazendo as contas;

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Dada f(x) = −4 − 3x, determinar os itens a) a i).

3 · RESOLUÇÃO

Primeiro reescrevo a função na forma f(x) = ax + b:

```
f(x) = −4 − 3x   →   f(x) = −3x − 4
a = −3 (coeficiente angular)      b = −4 (coeficiente linear)
```

---

a) Crescente ou decrescente?

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

a) Crescente ou decrescente? Justifique.

3 · RESOLUÇÃO

```
a = −3  →  a < 0  →  decrescente
Verificação: f(0) = −4   e   f(1) = −3·1 − 4 = −7
x subiu de 0 para 1 e f(x) desceu de −4 para −7
```

4 · RESPOSTA

a) Decrescente, porque a = −3 < 0.

---

b) Raiz e coeficientes

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

b) Raiz de f(x) e coeficientes angular e linear.

3 · RESOLUÇÃO

```
−3x − 4 = 0
   −3x = 4
     x = 4/(−3) = −4/3
```

Prova real: f(−4/3) = −3·(−4/3) − 4 = 4 − 4 = 0 ✓

4 · RESPOSTA

b) Raiz x = −4/3; coeficiente angular a = −3; coeficiente linear b = −4.

---

c) Ponto em que corta o eixo y

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

c) Ponto em que f(x) corta o eixo y.

3 · RESOLUÇÃO

No eixo y temos x = 0:

```
f(0) = −3·0 − 4 = −4
```

4 · RESPOSTA

c) Corta o eixo y no ponto (0, −4).

---

d) Valores de x com f(x) negativa

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

d) Valores de x com f(x) < 0.

3 · RESOLUÇÃO

```
−3x − 4 < 0
    −3x < 4
      x > −4/3      (dividi por −3, número negativo:
                     o sinal da desigualdade inverte)
```

Verificação: x = 0 está à direita de −4/3 e f(0) = −4 < 0 ✓

4 · RESPOSTA

d) f(x) < 0 para x > −4/3, ou seja, S = {x ∈ ℝ | x > −4/3}.

---

e) Domínio que tem −16 como imagem

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

e) x tal que f(x) = −16.

3 · RESOLUÇÃO

```
−3x − 4 = −16
    −3x = −16 + 4
    −3x = −12
      x = −12/(−3) = 4
```

Prova real: f(4) = −3·4 − 4 = −12 − 4 = −16 ✓

4 · RESPOSTA

e) x = 4.

---

f) Valores de x com f(x) positiva

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

f) Valores de x com f(x) > 0.

3 · RESOLUÇÃO

```
−3x − 4 > 0
    −3x > 4
      x < −4/3      (dividi por −3: inverte o sinal)
```

Verificação: x = −2 está à esquerda de −4/3 e f(−2) = 6 − 4 = 2 > 0 ✓

4 · RESPOSTA

f) f(x) > 0 para x < −4/3, ou seja, S = {x ∈ ℝ | x < −4/3}.

g) Imagem que tem domínio −2

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

g) f(−2) = ?

3 · RESOLUÇÃO

```
f(−2) = −3·(−2) − 4 = 6 − 4 = 2
```

4 · RESPOSTA

g) A imagem de −2 é 2 (o gráfico passa por (−2, 2)).

h) Esboço do gráfico

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

h) Esboço do gráfico de f(x) = −3x − 4.

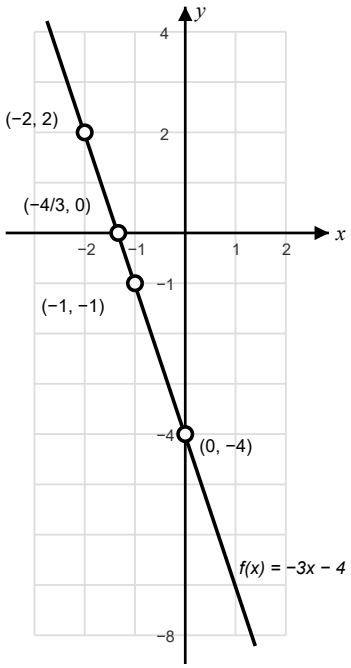
3 · RESOLUÇÃO

Uma reta fica definida por dois pontos. Uso os pontos já encontrados:

Ponto	De onde veio	Coordenadas
corte no eixo y	item c)	(0, −4)
corte no eixo x (raiz)	item b)	(−4/3, 0) ≈ (−1,33; 0)
ponto extra	item g)	(−2, 2)
ponto extra	item i)	(−1, −1)

desenhe com régua O que desenhar:

1. Eixos x (horizontal) e y (vertical) com setas e a origem O.
2. Escala de 1 em 1 nos dois eixos (x de −3 a 2; y de −8 a 4).
3. Marcar os pontos (0, −4), (−4/3, 0), (−2, 2) e (−1, −1) com as coordenadas escritas ao lado.
4. Traçar a reta pelos pontos, prolongando com setas nas duas pontas. A reta desce da esquerda para a direita (a = −3 < 0).
5. Escrever f(x) = −3x − 4 ao lado da reta.



Modelo do esboço (desenhe com régua): reta decrescente por (0, −4) e (−4/3, 0).

4 · RESPOSTA

h) Reta decrescente que passa por (0, −4) e (−4/3, 0), conforme o esboço.

---

i) Passa pelo ponto (−1, −1)?

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

i) f(x) passa por (−1, −1)? Justifique com contas.

3 · RESOLUÇÃO

Substituo x = −1 na função:

```
f(−1) = −3·(−1) − 4 = 3 − 4 = −1
```

O valor calculado f(−1) = −1 é igual à ordenada do ponto dado (y = −1). Logo o ponto pertence à reta.

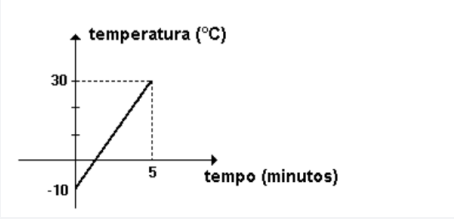
4 · RESPOSTA

i) Sim, a função passa por (−1, −1), pois f(−1) = −1.

Questão 06

1 · ENUNCIADO COMPLETO

06) Uma barra de ferro com temperatura inicial de -10°C foi aquecida até 30°C. O gráfico anterior representa a variação da temperatura da barra em função do tempo gasto nessa experiência. Calcule em quanto tempo, após o início da experiência, a temperatura da barra atingiu 0°C.



2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Barra aquecida de −10 °C (t = 0) a 30 °C (t = 5 min), em reta. Quando atingiu 0 °C?

3 · RESOLUÇÃO

Variáveis: t = tempo (minutos) e T = temperatura (°C). Pontos lidos no gráfico: (0, −10) e (5, 30).

Coeficiente angular:

```
a = (30 − (−10)) / (5 − 0) = (30 + 10)/5 = 40/5 = 8
```

Coeficiente linear: em t = 0 a temperatura é −10, então b = −10.

```
T(t) = 8t − 10
```

Prova real: T(5) = 8·5 − 10 = 40 − 10 = 30 ✓

Quando a temperatura é 0 °C:

```
8t − 10 = 0
     8t = 10
      t = 10/8 = 5/4 = 1,25 min
```

Convertendo: 0,25 min × 60 = 15 s. Logo 1,25 min = 1 min e 15 s.

Prova real: T(1,25) = 8·1,25 − 10 = 10 − 10 = 0 ✓

4 · RESPOSTA

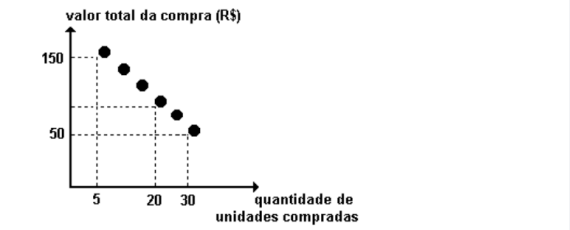
A temperatura atingiu 0 °C após 1,25 minuto (1 minuto e 15 segundos) do início.

Questão 07

1 · ENUNCIADO COMPLETO

07) A promoção de uma mercadoria em um supermercado está representada, no gráfico a seguir, por 6 pontos de uma mesma reta.

Quem comprar 20 unidades dessa mercadoria, na promoção, pagará por unidade, em reais, o equivalente a?



2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Promoção: pontos de uma reta de (5, 150) a (30, 50) (unidades × valor total). Preço por unidade para 20 unidades?

3 · RESOLUÇÃO

Variáveis: x = número de unidades e V = valor total da compra (R$). Pontos usados: (5, 150) e (30, 50).

```
a = (50 − 150) / (30 − 5) = −100/25 = −4
```

Substituo (5, 150) em V = −4x + b:

```
150 = −4·5 + b
150 = −20 + b
  b = 170
```

```
V(x) = −4x + 170
```

Prova real: V(30) = −4·30 + 170 = −120 + 170 = 50 ✓

Valor total de 20 unidades:

```
V(20) = −4·20 + 170 = −80 + 170 = 90
```

A pergunta é o valor por unidade:

```
90 / 20 = 4,50
```

4 · RESPOSTA

Quem comprar 20 unidades pagará R$ 4,50 por unidade (total de R$ 90,00).

Questão 08

1 · ENUNCIADO COMPLETO

08) Em uma partida, Vasco e Flamengo levaram ao Maracanã 90.000 torcedores. Três portões foram abertos às 12 horas e até as 15 horas entrou um número constante de pessoas por minuto. A partir desse horário, abriram-se mais 3 portões e o fluxo constante de pessoas aumentou.

Os pontos que definem o número de pessoas dentro do estádio em função do horário de entrada estão contidos no gráfico a seguir:

Quando o número de torcedores atingiu 45.000, o relógio estava marcando 15 horas e



2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Gráfico: (12 h, 0), (15 h, 30.000), (17 h, 90.000). Que horas eram com 45.000 torcedores?

3 · RESOLUÇÃO

Como 45.000 está entre 30.000 (às 15 h) e 90.000 (às 17 h), o valor procurado está no segundo trecho. Uso só a reta do segundo trecho.

Fluxo no segundo trecho:

```
pessoas: 90.000 − 30.000 = 60.000
tempo:   17 h − 15 h = 2 h
taxa = 60.000 / 2 = 30.000 pessoas por hora
     = 30.000 / 60 = 500 pessoas por minuto
```

Pessoas que faltam para chegar a 45.000 depois das 15 h:

```
45.000 − 30.000 = 15.000 pessoas
tempo = 15.000 / 500 = 30 minutos
```

Pela equação da reta (t = horas depois das 15 h):

```
N(t) = 30.000 + 30.000·t
30.000 + 30.000t = 45.000
         30.000t = 15.000
               t = 0,5 h = 30 min
```

Prova real: 30.000 + 500·30 = 30.000 + 15.000 = 45.000 ✓

4 · RESPOSTA

O relógio marcava 15 horas e 30 minutos (15h30).

FUNÇÃO DO 2º GRAU

Questão 01

1 · ENUNCIADO COMPLETO

01) Para a função $f(x) = x^2 - x - 2$; Calcule:

a) As raízes de f(x);

b) O vértice;

c) O conjunto Imagem;

d) Qual o menor valor de f(x)? Explique;

e) Gráfico de f(x).

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Para $f(x) = x^2 - x - 2$, calcule os itens a) a e).

3 · RESOLUÇÃO

Coeficientes: $f(x) = 1 \cdot x^2 + (-1) \cdot x + (-2)$, então $a = 1$, $b = -1$, $c = -2$.

---

a) As raízes

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

a) Raízes de f(x).

3 · RESOLUÇÃO

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$$
$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = 3$$

$$x = (-b \pm \sqrt{\Delta}) / 2a = (-(-1) \pm 3) / (2 \cdot 1) = (1 \pm 3)/2$$

$$x_1 = (1 + 3)/2 = 4/2 = 2$$
$$x_2 = (1 - 3)/2 = -2/2 = -1$$

Prova real:

$$f(2) = 2^2 - 2 - 2 = 4 - 2 - 2 = 0 \quad ✓$$
$$f(-1) = (-1)^2 - (-1) - 2 = 1 + 1 - 2 = 0 \quad ✓$$

4 · RESPOSTA

a) As raízes são $x = -1$ e $x = 2$.

---

b) O vértice

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

b) Vértice.

3 · RESOLUÇÃO

$$x_v = -b/2a = -(-1)/(2 \cdot 1) = 1/2$$
$$y_v = -\Delta/4a = -9/(4 \cdot 1) = -9/4$$

Conferindo por substituição:

$$f(1/2) = (1/2)^2 - 1/2 - 2 = 1/4 - 2/4 - 8/4 = -9/4 \quad ✓$$

4 · RESPOSTA

b) $V = (1/2, -9/4) = (0{,}5; -2{,}25)$.

c) O conjunto imagem

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

c) Conjunto imagem.

3 · RESOLUÇÃO

Como $a = 1 > 0$, a concavidade é voltada para cima e o vértice é o ponto mais baixo. A função assume todos os valores de $y_v = -9/4$ para cima.

4 · RESPOSTA

c) Im = $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -9/4\}$.

d) Menor valor de f(x)

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

d) Menor valor de f(x)? Explique.

3 · RESOLUÇÃO

O coeficiente $a = 1$ é positivo, portanto a parábola tem concavidade para cima. Numa parábola com concavidade para cima o vértice é o ponto de mínimo. Como $y_v = -\Delta/4a = -9/4$, o menor valor da função é $-9/4 = -2{,}25$, que ocorre em $x = 1/2$. Não existe x real com $f(x) < -9/4$.

4 · RESPOSTA

d) O menor valor de f(x) é $-9/4 = -2{,}25$, em $x = 1/2$ (vértice, pois $a > 0$).

e) Gráfico de f(x)

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

e) Gráfico de $f(x) = x^2 - x - 2$.

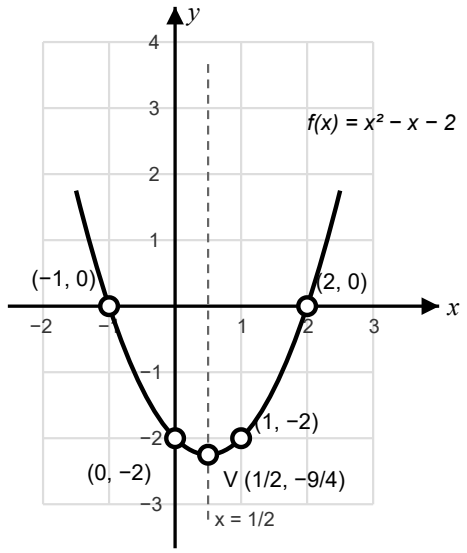
3 · RESOLUÇÃO

Pontos para desenhar:

Ponto	Coordenadas	De onde veio
raiz 1	$(-1, 0)$	item a)
raiz 2	$(2, 0)$	item a)
vértice	$(1/2, -9/4)$	item b)
corte no eixo y	$(0, -2)$	$f(0) = c = -2$
simétrico de $(0, -2)$	$(1, -2)$	$f(1) = 1 - 1 - 2 = -2$

desenhe com régua O que desenhar:

1. Eixos x e y com régua, setas e escala de 1 em 1 (x de -2 a 3; y de -3 a 4).
2. Marcar os 5 pontos da tabela com as coordenadas escritas ao lado.
3. Ligar os pontos com uma curva suave (parábola), concavidade para cima, sem usar segmentos de reta (a curva é à mão livre; só os eixos com régua).
4. Traçar tracejada a reta de simetria $x = 1/2$ passando pelo vértice.
5. Escrever $f(x) = x^2 - x - 2$ ao lado da curva e "V" junto ao vértice.



Modelo do gráfico (eixos com régua): parábola com concavidade para cima, raízes −1 e 2, vértice (1/2, −9/4).

4 · RESPOSTA

e) Parábola com concavidade para cima, cortando o eixo x em −1 e 2, o eixo y em −2, com vértice (mínimo) em (1/2, −9/4), conforme o gráfico.

Questão 02

1 · ENUNCIADO COMPLETO

02) O lucro mensal de uma empresa é dado por L = - x² + 30x - 5, onde x é a quantidade mensal vendida. Qual o lucro mensal máximo possível?

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Lucro L = −x² + 30x − 5 (x = quantidade vendida). Qual o lucro máximo?

3 · RESOLUÇÃO

Coeficientes: a = −1, b = 30, c = −5.

Como a = −1 < 0, a concavidade é voltada para baixo e a função possui máximo no vértice. A pergunta pede o lucro (valor da função), ou seja, o y_v.

Quantidade que dá o lucro máximo:

$$x_v = -b/2a = -30/(2\cdot(-1)) = -30/(-2) = 15 \text{ unidades}$$

Lucro máximo (substituindo x = 15):

$$\begin{aligned} L(15) &= -(15)^2 + 30\cdot 15 - 5 \\ &= -225 + 450 - 5 \\ &= 220 \end{aligned}$$

Conferindo pela fórmula do y_v:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 30^2 - 4\cdot(-1)\cdot(-5) = 900 - 20 = 880$$

$$y_v = -\Delta/4a = -880/(4\cdot(-1)) = -880/(-4) = 220 \quad ✓$$

4 · RESPOSTA

O lucro mensal máximo possível é 220 (R$ 220,00), vendendo 15 unidades.

Questão 03

1 · ENUNCIADO COMPLETO

03) O custo C, em reais, para se produzir n unidades de determinado produto é dado por:

$$C = 2510 - 100n + n^2.$$

Quantas unidades deverão ser produzidas para se obter o custo mínimo?

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Custo $C = 2510 - 100n + n^2$. Quantas unidades para o custo mínimo?

3 · RESOLUÇÃO

Reescrevendo na forma padrão:

$$C(n) = n^2 - 100n + 2510$$
$$a = 1 \qquad b = -100 \qquad c = 2510$$

Como $a = 1 > 0$, a concavidade é para cima e há mínimo no vértice. A pergunta pede a quantidade (o n), ou seja, o n_v.

$$n_v = -b/2a = -(-100)/(2 \cdot 1) = 100/2 = 50 \text{ unidades}$$

Custo mínimo (substituindo $n = 50$):

$$C(50) = 50^2 - 100 \cdot 50 + 2510$$
$$= 2500 - 5000 + 2510$$
$$= 10$$

Conferindo pelo y_v:

$$\Delta = (-100)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2510 = 10.000 - 10.040 = -40$$
$$y_v = -\Delta/4a = -(-40)/(4 \cdot 1) = 40/4 = 10 \quad ✓$$

4 · RESPOSTA

Devem ser produzidas 50 unidades (custo mínimo de R$ 10,00).

Questão 04

1 · ENUNCIADO COMPLETO

04) Uma parede de tijolos será usada como um dos lados de um curral retangular. Para os outros lados iremos usar 400 metros de tela de arame, de modo a produzir uma área máxima. Determine as dimensões desse curral.

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

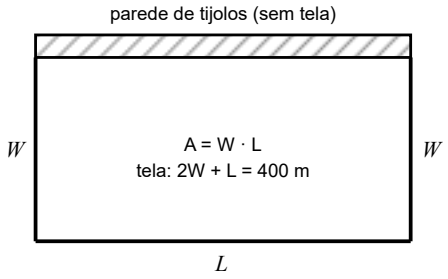
Curral retangular: 1 lado é parede, os outros 3 com 400 m de tela. Dimensões para área máxima?

3 · RESOLUÇÃO

Figura: chamo de W cada um dos dois lados perpendiculares à parede e de L o lado paralelo à parede. A parede substitui um dos quatro lados, então a tela é usada em três lados.

desenhe com régua O que desenhar:

1. Um retângulo. O lado de cima é a parede: traço grosso, hachurado, escrito "parede de tijolos (sem tela)".
2. Os outros três lados em traço simples, escrito "tela". Os dois lados verticais recebem a letra W; o lado de baixo recebe a letra L.
3. Ao lado da figura: $2W + L = 400$ (tela) e $A = W \cdot L$ (área).



Modelo da figura (desenhe com régua): parede em cima (hachurada), tela nos outros três lados.

Restrição (tela nos três lados):

$$2W + L = 400 \quad \rightarrow \quad L = 400 - 2W$$

Área em função de W:

$$A = W \cdot L = W \cdot (400 - 2W) = 400W - 2W^2$$
$$A(W) = -2W^2 + 400W \qquad a = -2, \quad b = 400, \quad c = 0$$

Como $a = -2 < 0$, a concavidade é para baixo e há máximo no vértice.

$$W_v = -b/2a = -400/(2 \cdot (-2)) = -400/(-4) = 100 \text{ m}$$
$$L = 400 - 2 \cdot 100 = 400 - 200 = 200 \text{ m}$$

Área máxima:

$$A = 100 \cdot 200 = 20.000 \text{ m}^2$$

Conferindo pelo y_v:

$$\Delta = 400^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 0 = 160.000$$
$$y_v = -\Delta/4a = -160.000/(4 \cdot (-2)) = -160.000/(-8) = 20.000 \quad \checkmark$$

Verificação da tela: $2 \cdot 100 + 200 = 400$ m ✓

4 · RESPOSTA

O curral deve ter 100 m nos dois lados perpendiculares à parede e 200 m no lado paralelo à parede (100 m × 200 m), com área máxima de 20.000 m².

FUNÇÃO EXPONENCIAL

Questão 01

1 · ENUNCIADO COMPLETO

01) (ENEM PPL 2015) O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R$ 1.800,00, propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho. A expressão que corresponde à proposta salarial (s), em função do tempo de serviço (t), em anos, é $S(t)=1.800\ (1,03)^t$. De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de tempo de serviço será, em reais,

a) 7.416,00.
b) 3.819,24.
c) 3.709,62.
d) 3.708,00.
e) 1.909,62.

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

(ENEM PPL 2015) $S(t) = 1.800 \cdot (1,03)^t$. Salário com 2 anos de serviço?

3 · RESOLUÇÃO

A base 1,03 significa aumento de 3 % ao ano. Substituo t = 2; primeiro a potência, depois a multiplicação.

> $S(2) = 1.800 \cdot (1,03)^2$
> $(1,03)^2 = 1,03 \times 1,03 = 1,0609$
> $S(2) = 1.800 \times 1,0609 = 1.909,62$

Conferindo ano a ano:

> ano 1: 1.800 + 3% de 1.800 = 1.800 + 54,00 = 1.854,00
> ano 2: 1.854 + 3% de 1.854 = 1.854 + 55,62 = 1.909,62 ✓

4 · RESPOSTA

Alternativa e) R$ 1.909,62.

Questão 02

1 · ENUNCIADO COMPLETO

02) Uma notícia falsa viralizou sendo compartilhada diversas vezes, alcançando um número N de pessoas, que é dado pela função: $N(T) = 50.2^t$, na qual o t é o tempo, em minutos, desde a divulgação da notícia. Determine:

a) A quantidade de pessoas que receberam essa mensagem no instante em que a notícia foi divulgada, ou seja, imediatamente, t = 0.
b) A quantidade de pessoas que receberam essa mensagem 5 minutos após ser divulgada.
c) Em que instante, tal divulgação alcançará 12800 pessoas?

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Notícia falsa: $N(t) = 50 \cdot 2^t$ (t em minutos). Determine a), b), c).

a) Pessoas em t = 0

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

a) N(0) = ?

3 · RESOLUÇÃO

> $N(0) = 50 \cdot 2^0 = 50 \cdot 1 = 50$

4 · RESPOSTA

a) 50 pessoas.

b) Pessoas após 5 minutos

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

b) N(5) = ?

3 · RESOLUÇÃO

> $N(5) = 50 \cdot 2^5 = 50 \cdot 32 = 1.600$

Conferindo (dobra a cada minuto): 50 → 100 → 200 → 400 → 800 → 1.600 ✓

4 · RESPOSTA

b) 1.600 pessoas.

c) Instante em que alcança 12.800 pessoas

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

c) t para N(t) = 12.800.

3 · RESOLUÇÃO

$$50 \cdot 2^t = 12.800$$
$$2^t = 12.800 / 50 = 256$$
$$2^t = 2^8$$
$$t = 8$$

Prova real: $N(8) = 50 \cdot 256 = 12.800$ ✓

4 · RESPOSTA

c) Aos 8 minutos.

Questão 03

1 · ENUNCIADO COMPLETO

03) Em um laboratório de biologia, um cientista está estudando o crescimento de uma população de bactérias. A quantidade de bactérias no início da experiência era de 100. Sabendo que, a cada hora, o número de bactérias dobra, podemos modelar o crescimento da população utilizando uma função exponencial de base 2.

$$N(t) = 100 \cdot 2^t$$

a) Qual será o número de bactérias após 6 horas de crescimento?
b) Qual é o tempo necessário para que a população alcance 12.800 bactérias?

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Bactérias: $N(t) = 100 \cdot 2^t$ (t em horas). Determine a) e b).

a) Bactérias após 6 horas

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

a) N(6) = ?

3 · RESOLUÇÃO

$$N(6) = 100 \cdot 2^6 = 100 \cdot 64 = 6.400$$

4 · RESPOSTA

a) 6.400 bactérias.

b) Tempo para 12.800 bactérias

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

b) t para N(t) = 12.800.

3 · RESOLUÇÃO

$$100 \cdot 2^t = 12.800$$
$$2^t = 12.800 / 100 = 128$$
$$2^t = 2^7$$
$$t = 7$$

Prova real: $N(7) = 100 \cdot 128 = 12.800$ ✓

4 · RESPOSTA

b) 7 horas.

Questão 04

1 · ENUNCIADO COMPLETO

04) Considere as seguintes funções:

I) $f(x) = x^5$
II) $f(x) = 5^x$
III) $f(x) = (½)^x$
IV) $f(x) = x^{(3\sqrt{2})}$

Assinale a alternativa correta:
a) Somente I não é função exponencial.
b) I e III não são funções exponenciais.
c) Somente II é uma função exponencial.
d) I e IV não são funções exponenciais.
e) Todas são funções exponenciais

Como está na folha da professora:

I) $f(x) = x^5$ II) $f(x) = 5^x$ III) $f(x) = (½)^x$ IV) $f(x) = x^{3\sqrt{2}}$	Assinale a alternativa correta: a) Somente I não é função exponencial. b) I e III não são funções exponenciais. c) Somente II é uma função exponencial. d) I e IV não são funções exponenciais. e) Todas são funções exponenciais

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Quais não são exponenciais? I) x^5 II) 5^x III) $(½)^x$ IV) $x^{(3\sqrt{2})}$.

3 · RESOLUÇÃO

Função exponencial: $f(x) = b^x$, com x no expoente e base b constante, $b > 0$ e $b \neq 1$. Se o x está na base e o expoente é constante, é função potência.

Item	Função	Onde está o x	Classificação
I	x^5	na base (expoente 5 constante)	não é exponencial
II	5^x	no expoente (base 5)	é exponencial ($5 > 1$)
III	$(½)^x$	no expoente (base ½)	é exponencial ($0 < ½ < 1$)
IV	$x^{(3\sqrt{2})}$	na base (expoente $3\sqrt{2}$ constante)	não é exponencial

4 · RESPOSTA

Alternativa d) I e IV não são funções exponenciais.

Questão 05

1 · ENUNCIADO COMPLETO

05) Resolva as equações.

a) $8^x = 32$ b) $4^x = 32$ c) $3^x = 1/3$ d) $4^x = 8$ e) $2^{x+1} = 2^{3x-1}$
f) $25^{x+1} = (1/5)^{3x+2}$ g) $5^{2x} = 5$ h) $2^x = 6^x$ i) $(0{,}1)^{x-5} = 10$

Como está na folha da professora:

a) $8^x = 32$ b) $4^x = 32$ c) $3^x = 1/3$ d) $4^x = 8$ e) $2^{x+1} = 2^{3x-1}$

f) $25^{x+1} = (\frac{1}{5})^{3x+2}$ g) $5^{2x} = 5$ h) $2^x = 6^x$ i) $(0{,}1)^{x-5} = 10$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

Resolva as equações exponenciais a) a i).

3 · RESOLUÇÃO

Método: escrevo os dois lados na mesma base, uso $(a^m)^n = a^{m.n}$ e $a^{-n} = 1/a^n$, igualo os expoentes e resolvo a equação do 1º grau.

---

a) $8^x = 32$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

a) $8^x = 32$

3 · RESOLUÇÃO

$8 = 2^3$ e $32 = 2^5$

$(2^3)^x = 2^5$

$2^{3x} = 2^5$

$3x = 5$

$x = 5/3$

Prova real: $8^{(5/3)} = (2^3)^{(5/3)} = 2^5 = 32$ ✓

4 · RESPOSTA

a) x = 5/3

---

b) $4^x = 32$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

b) $4^x = 32$

3 · RESOLUÇÃO

$4 = 2^2$ e $32 = 2^5$

$(2^2)^x = 2^5$

$2^{2x} = 2^5$

$2x = 5$

$x = 5/2$

Prova real: $4^{(5/2)} = (\sqrt{4})^5 = 2^5 = 32$ ✓

4 · RESPOSTA

b) x = 5/2

---

c) $3^x = 1/3$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

c) $3^x = 1/3$

3 · RESOLUÇÃO

$1/3 = 3^{-1}$

$3^x = 3^{-1}$

$x = -1$

Prova real: $3^{-1} = 1/3$ ✓

4 · RESPOSTA

c) x = −1

d) $4^x = 8$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

d) $4^x = 8$

3 · RESOLUÇÃO

```
4 = 2²   e   8 = 2³
(2²)ˣ = 2³
 2²ˣ = 2³
  2x = 3
   x = 3/2
```

Prova real: 4^(3/2) = (√4)³ = 2³ = 8 ✓

4 · RESPOSTA

d) x = 3/2

---

e) $2^{x+1} = 2^{3x-1}$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

e) 2^(x+1) = 2^(3x−1)

3 · RESOLUÇÃO

As bases já são iguais; igualo os expoentes:

```
x + 1 = 3x − 1
1 + 1 = 3x − x
    2 = 2x
    x = 1
```

Prova real: $2^{1+1} = 2^2 = 4$ e $2^{3.1-1} = 2^2 = 4$ ✓

4 · RESPOSTA

e) x = 1

---

f) $25^{x+1} = (1/5)^{3x+2}$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

f) 25^(x+1) = (1/5)^(3x+2)

3 · RESOLUÇÃO

```
25 = 5²   e   1/5 = 5⁻¹
lado esquerdo: (5²)^(x+1) = 5^(2x+2)
lado direito:  (5⁻¹)^(3x+2) = 5^(−3x−2)

5^(2x+2) = 5^(−3x−2)
  2x + 2 = −3x − 2
 2x + 3x = −2 − 2
      5x = −4
       x = −4/5
```

Prova real (os expoentes devem ficar iguais):

```
2x + 2 = 2·(−4/5) + 2 = −8/5 + 10/5 = 2/5
−3x − 2 = −3·(−4/5) − 2 = 12/5 − 10/5 = 2/5   ✓
```

4 · RESPOSTA

f) x = −4/5

g) $5^{2x} = 5$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

g) 5^(2x) = 5

3 · RESOLUÇÃO

$$5 = 5^1$$
$$5^{2x} = 5^1$$
$$2x = 1$$
$$x = 1/2$$

Prova real: $5^{(2\cdot 1/2)} = 5^1 = 5$ ✓

4 · RESPOSTA

g) x = 1/2

---

h) $2^x = 6^x$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

h) $2^x = 6^x$

3 · RESOLUÇÃO

As bases são diferentes. Divido os dois lados por 6^x (sempre positivo, nunca zero):

$$2^x / 6^x = 1$$
$$(2/6)^x = 1$$
$$(1/3)^x = 1 = (1/3)^0$$
$$x = 0$$

Prova real: $2^0 = 1$ e $6^0 = 1 \rightarrow 1 = 1$ ✓

4 · RESPOSTA

h) x = 0

---

i) $(0{,}1)^{x-5} = 10$

2 · ENUNCIADO RESUMIDO

i) (0,1)^(x−5) = 10

3 · RESOLUÇÃO

$$0{,}1 = 1/10 = 10^{-1} \quad e \quad 10 = 10^1$$
$$(10^{-1})^{(x-5)} = 10^1$$
$$10^{(-x+5)} = 10^1$$
$$-x + 5 = 1$$
$$-x = 1 - 5$$
$$-x = -4$$
$$x = 4$$

Prova real: $(0{,}1)^{4-5} = (0{,}1)^{-1} = 1/0{,}1 = 10$ ✓

4 · RESPOSTA

i) x = 4

Gabarito — conferência final

Questão	Resultado
Função do 1º grau	
01	a) $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ b) $A \cap B = \{-1, 0, 2, 4, 5\}$
02	$y = -x + 1$; coef. angular $a = -1$; coef. linear $b = 1$
03	a) crescente b) decrescente c) decrescente d) crescente
04	$f(x) = -(4/7)x + 4$ e $g(x) = 3x + 3$
05	a) decrescente ($a = -3 < 0$) b) raiz $-4/3$; $a = -3$; $b = -4$ c) $(0, -4)$ d) $x > -4/3$ e) $x = 4$ f) $x < -4/3$ g) 2 h) reta por $(0, -4)$ e $(-4/3, 0)$ i) sim, $f(-1) = -1$
06	1,25 min = 1 min 15 s
07	R$ 4,50 por unidade ($V = -4x + 170$; total R$ 90,00)
08	15 h 30 min
Função do 2º grau	
01	a) -1 e 2 b) $V = (1/2, -9/4)$ c) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -9/4\}$ d) $-9/4$ (mínimo, $a > 0$) e) parábola para cima
02	lucro máximo 220 (com $x = 15$)
03	50 unidades (custo mínimo R$ 10,00)
04	100 m × 200 m (200 m paralelo à parede; área 20.000 m²)
Função exponencial	
01	alternativa e) R$ 1.909,62
02	a) 50 b) 1.600 c) t = 8 min
03	a) 6.400 b) 7 horas
04	alternativa d) I e IV não são exponenciais
05	a) 5/3 b) 5/2 c) -1 d) 3/2 e) 1 f) $-4/5$ g) 1/2 h) 0 i) 4